

**Sławomir Adam SORKO**

**Tomasz Janusz TELESZEWSKI**

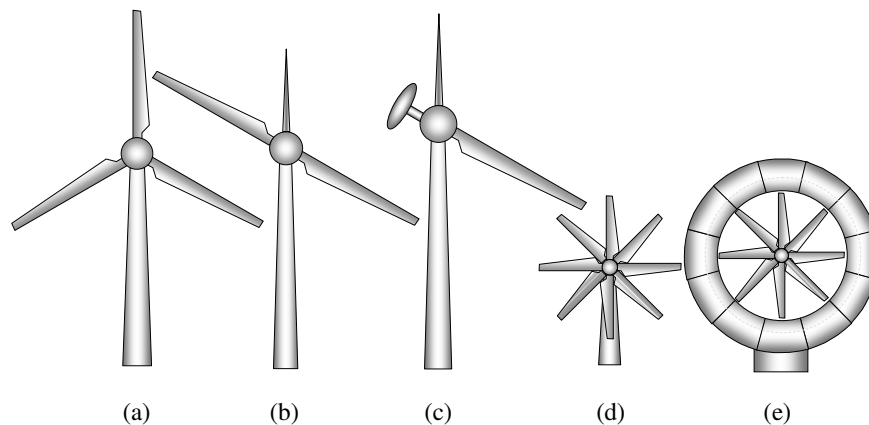
Politechnika Białostocka, WBiIŚ, ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok

E-mail: s.sorko@pb.edu.pl, t.teleszewski@pb.edu.pl

## **Modelowanie parametrów aerodynamicznych urządzeń energetyki wiatrowej II. Analiza aerodynamiczna turbin wiatrowych o poziomej osi obrotu**

### 1 Wprowadzenie

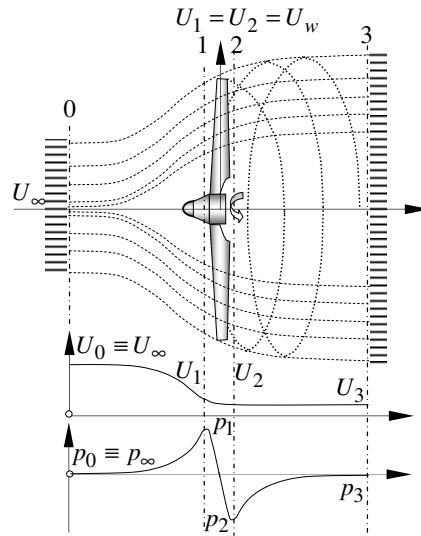
Wirniki turbin wiatrowych o poziomej osi obrotu (*Horizontal Axis Wind Turbine*) są wirnikami śmigłowymi (osiowymi) o zróżnicowanej liczbie łopatek (rys. 1). Wielkogabarytowe turbiny są budowane najczęściej w układach o trójłopatowych wirnikach o średnicach wirnika 1020/100.80/60 m, mniejsze turbiny występują w układzie wirników dwułopatowych o średnicach wirnika najczęściej 30/10 m i rzadko jako wirniki jednołopatowe z przeciwwagą. Wirniki niewielkich turbin - wiatraków o średnicach od kilku do kilkunastu metrów mają wieloelementowe wieńce łopatkowe. Łopaty turbin wiatrowych o poziomej osi obrotu są elementami profilowymi (z wyjątkiem konstrukcji wiatraków), w których są stosowane profile lotnicze, modyfikowane profile lotnicze, jak też profile generowane specjalnie do tych urządzeń [1].



Rys.1. Turbiny wiatrowe o poziomej osi wirnika: a),b),c) turbiny; d) wiatrak śmigłowy; e) turbina dyfuzorowa (tunelowa)

Fig.1. Horizontal axis wind turbines: a),b),c) HAWT's; d) windmill; e) shrouded turbine

Parametry użytkowe turbin wiatrowych można oszacować prostymi metodami, polegającymi na bilansie energii przekazywanej przez strumień wiatru działający w płaszczyźnie wirnika (rys.2) traktowanego jako palisada łopatek o nieskończonej liczbie nieskończenie cienkich łopatek, bez wyznaczania przepływu generowanego ruchem wirnika (*actuator disc method*) [2].



Rys.2. Schemat oddziaływania wirnika turbiny osiowej i jednorodnego strumienia napływu

Fig.2. Scheme of interactions between axial turbine impeller and uniform flow

Przyjmując, że w przepływie strugi gazu (przyjmowanego w uproszczonych rozważaniach za płyn doskonały) z prędkością  $U_\infty = U_0$  przy ciśnieniu  $p_\infty = p_0$  zanurzony jest obiekt zaburzający ruch ośrodka (wirnik idealny), przepływ można opisać równaniem Bernoulli'ego wzdłuż osi strumienia (na poziomie osi wirnika):

$$\frac{U_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{U_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + \Sigma h_{str} + h_w, \quad (1)$$

gdzie  $\gamma = \rho g$ , natomiast  $\Sigma h_{str}$  jest sumą strat w przepływie generowanych przez wirnik,  $h_w$  jednostkową energią ( $mgh_w = E_w$ ) przejętą przez wirnik od masy płynu przepływającego przez pole wirnika  $A_w = \pi R^2$ , gdzie  $R$  jest promieniem wirnika.

Strata przepływu w obszarze wirnika, tj. przed i za wirnikiem, jest proporcjonalna do prędkości ruchu strumienia w tym obszarze, co przy założeniu niewielkiej odległości pomiędzy przekrojami 1 - 2 pozwala na przyjęcie  $U_1 = U_2 = U_w$  i współczynnika strat miejscowych  $C_{str}$  właściwego dla obiektu zaburzającego strumień jednorodny:

$$\Sigma h_{str} = C_{str} \frac{U_w^2}{2g} . \quad (1a)$$

Po wprowadzeniu zależności (1a) do równania (1) jednostkową energię przejętą przez wirnik od strumienia płynu można opisać zależnością:

$$h_w = \frac{1}{2g} (U_0^2 - U_3^2) + C_{str} \frac{U_w^2}{2g} , \quad (2)$$

zatem moc przekazywaną od strumienia do wirnika i siłę naporu (siła parcia strumienia na powierzchni obrysu wirnika) można wyrazić zależnościami:

$$P_w = \gamma U_w A_w h_w = \frac{1}{2} \rho A_w U_0^3 \left( 1 - \left( \frac{U_3}{U_0} \right)^2 \right) + C_{str} \left( \frac{U_w}{U_0} \right)^2 , \quad (3)$$

$$T_w = \rho U_w A_w (U_0 - U_3) . \quad (4)$$

Przyjmując liniową zależność:

$$U_w = (1 - \alpha) U_0 , \quad 0 < \alpha < 1 , \quad (5)$$

prędkość strumienia za wirnikiem na podstawie równania (1) i zależności (1a), (2) po normalizacji współczynnika strat miejscowych  $C_{str}^* = C_{str} U_0^2$  można przedstawić w postaci:

$$U_3 = \left( 1 - a - \sqrt{a^2 - C_{str}^* (1 - a^2)} \right) U_0 , \quad (6)$$

a w przypadku pomijalnie małych strat  $C_{str}^* \approx 0$  ostatecznie jako:

$$U_3 = (1 - 2\alpha) U_0 . \quad (6^*)$$

Definiując współczynnik mocy  $C_P$  i współczynnik naporu  $C_T$ , można je wyrazić zależnościami:

$$C_P = \frac{P_w}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 A_w} = 4a(1 - a)^2 , \quad (7a)$$

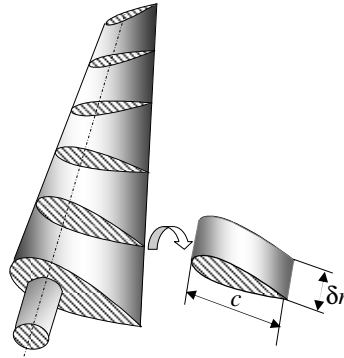
$$C_T = \frac{T_w}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 A_w} = 4a(1 - a) , \quad (7b)$$

gdzie:  $P_w = T_w U_w = T_w (1 - \alpha) U_0$  .

Bardziej zaawansowaną grupą metod obliczeniowych do wyznaczania właściwości aerodynamicznych i parametrów użytkowych turbin wiatrowych o poziomej osi obrotu w sensie matematycznego opisu przepływu przez wirniki turbin wiatrowych są metody wywodzące się z teorii płata nośnego i teorii śmigła, z odmiennością opisu wynikającą ze specyficznych warunków opływu płata nośnego i łopaty turbiny wiatrowej.

W metodach aerodynamicznej analizy turbin wiatrowych (ang. *Blade Element Momentum Theory*) [3] o niewielkiej liczbie łopat (niewielkim stopniu wypełnienia

palisady łopatkowej) można przyjąć założenie o braku wzajemnego oddziaływania łopat i każdą łopatę traktować jako osobny element aerodynamiczny o charakterze płata nośnego skróconego na długości przy zachowaniu liniowej krawędzi natarcia. Dzieliąc łopatę na elementarne sekcje, w których zarówno rodzaj profilu, jego rozpiętość (długość cięciwy profilu), jak też kąt natarcia opływającej segment strugi można uznać za stałe (rys.3), można wyznaczyć opływ rozpatrywanej sekcji metodami analizy przepływów płaskich,



Rys.3. Łopata turbiny osiowej. Wydzielona sekcja łopaty o stałym profilu, rozpiętości i długości sekcji  $\delta r$  osiowej i jednorodnego strumienia napływu

Fig.3. Blade of the axial turbine. Blade section with fixed profile, chord and section length  $\delta r$

Opływ wydzielonych sekcji łopaty opisują równania zachowania masy pędu i energii w przepływie. W analizie aerodynamicznej łopat osiowych turbin wiatrowych przyjmuje się różne modele płynu i modele przepływu, płyn doskonały lub lepki, którego ruchem rządzą odpowiednio równania Eulera lub Naviera-Stokesa oraz modele przepływu potencjalnego, jak też przepływu potencjalnego ze śladem wirowym generowanym poza analizowanym obiektem (sekcją łopaty).

W przypadku wirników jedno-, dwu- i trójelementowych, a ogólniej wirników o niewielkiej liczbie łopat, akceptowalne jest założenie o braku wzajemnego oddziaływania łopat wirnika i braku interferencji ich oddziaływania na napływający czynnik. W przypadku turbin o niewielkim wydłużeniu łopat, mierzonym stosunkiem długości łopaty do średniej cięciwy profilu łopaty, przy większej liczbie elementów wieńca łopatkowego turbiny nie można przyjąć założenia o superpozycji warunków opływu elementów układu łopatkowego.

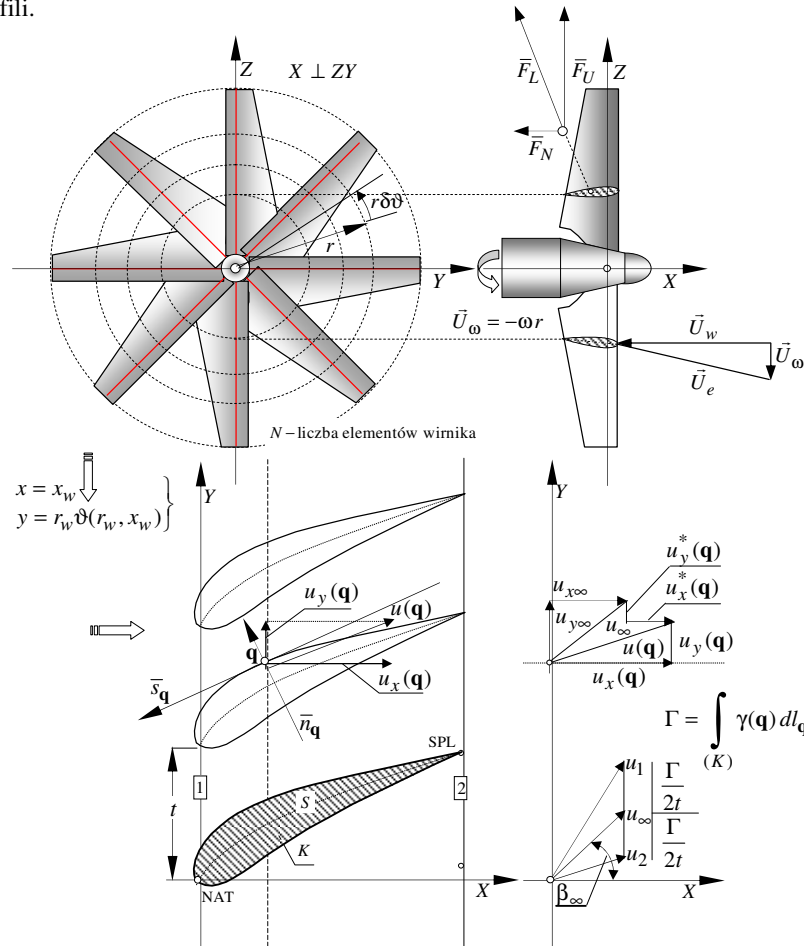
Przepływy przez układy łopatkowe turbin wiatrowych o poziomej osi obrotu, w szczególności przez wirniki śmigłowe o dużej liczbie łopat wieńca łopatkowego, przy pewnych założeniach upraszczających można traktować jako układ przepływów osiowosymetrycznych po współśrodkowych powierzchniach cylindrycznych w osiowej palisadzie profili i zastosować do analizy aerodynamicznej wirnika osiowego metody teorii palisady łopatkowej.

Idea prezentowanej niżej metody obliczeniowej parametrów aerodynamicznych osiowej turbiny wiatrowej o gęstym wieńcu łopatkowym polega na wydzieleniu układem

współśrodkowych powierzchni cylindrycznych ( $r=const$ ) sekcji wirnika i odwzorowaniu kołowych palisad profili na tych powierzchniach na prostoliniowe, nieskończone palisady profili, których opływ jest dalej wyznaczany metodą panelową (metodą hydrodynamicznych osobliwości).

## 2 Model przepływu przez wieńiec łopatkowy turbiny osiowej

Przyjmując, że przepływ przez osiową palisadę łopatkową jest przepływem po współśrodkowych cylindrycznych powierzchniach prądu, kołową palisadę profili w przekroju wieńca łopatkowego powierzchnią walcową (rys. 4) można za pomocą odwzorowania równokątnego [4] przekształcić w nieskończoną prostoliniową palisadę profili.



Rys.4. Wirnik osiowy. Prostoliniowa palisada łopatkowa  
 Fig.4. Axial impeller. Straight cascade

Konforemne odwzorowanie kołowej palisady profili na cylindrycznej powierzchni prądu  $(X, R, \vartheta)$  opisanej współrzędnymi  $(x_w, r_w, \vartheta(r_w, x_w))$  na prostoliniową palisadę profili na płaszczyźnie odwzorowania  $(X, Y)$  opisanych współrzędnymi  $(x, y)$  jest dokonywane przekształceniem współrzędnych:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x_w}{|r_w|} \\ y &= \frac{r_w \vartheta(r_w, x_w)}{|r_w|} \end{aligned} \right\} \text{ przy czym: } t = \frac{2\pi r_w}{N|r_w|}, \quad (8)$$

gdzie  $|r_w|$  jest modułem promienia środkowej powierzchni prądu analizowanej sekcji wirnika (współczynnik liczbowy do unifikacji geometrii palisad profili na płaszczyźnie odwzorowania), natomiast  $N$  jest liczbą łopatek palisady wirnikowej.

Potencjalny, płaski przepływ płynu doskonałego, będący modelem przepływu skutecznie wykorzystywanym w teorii palisady, można opisać równaniami wynikającymi z zasady ciągłości strugi i potencjalności (bezwirowości) przepływu:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (9a)$$

$$\nabla \times \mathbf{u} = 0 \quad (9b)$$

gdzie  $\mathbf{u} \equiv (u_x, u_y)$  z warunkiem brzegowym wynikającym z postulatu nieprzepuszczalności struktur ograniczających przepływ i obiektów opływanych płynem ( $\mathbf{n}_o \cdot \mathbf{u} = 0$ ). Wprowadzając potencjał prędkości  $\varphi \equiv \varphi(x, y) \rightarrow \partial\varphi/\partial x = u_x$ ;  $\partial\varphi/\partial y = u_y$  i potencjał prądu w bezwirowym ruchu płynu  $\psi \equiv \psi(x, y) \rightarrow \partial\psi/\partial y = u_x$ ;  $\partial\psi/\partial x = -u_y$ , równania (9a) i (9b) sprowadza się do równań Laplace'a względem obydwu potencjałów:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (9a^*)$$

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (9b^*)$$

Każde z równań (9a\*) i (9b\*), z warunkiem brzegowym formułowanym jako wartość pochodnej normalnej potencjału prędkości i składowej stycznej potencjału na brzegu nieprzepuszczalnej płynu struktury opływanej lub ograniczającej przepływ w sposób zupełny, formułuje zagadnienie przepływu płaskiego potencjalnego przepływu płynu doskonałego.

Potencjalny opływ płaski struktury pojedynczego obiektu lub układu obiektów można traktować jako superpozycję przepływu podstawowego jednorodnej strugi z prędkością  $\mathbf{u}_\infty \equiv (u_{x\infty}, u_{y\infty})$  i przepływu wzbudzonego opływem obiektu  $\mathbf{u}^* \equiv (u_x^*, u_y^*)$ .

Analogicznie potencjał prędkości przepływu można traktować jako sumę potencjału przepływu podstawowego  $\varphi_\infty \equiv \varphi_\infty(x, y) \rightarrow \partial\varphi_\infty/\partial x = u_{x\infty}$ ;  $\partial\varphi_\infty/\partial y = u_{y\infty}$  oraz potencjału przepływu wzbudzonego  $\varphi^* \equiv \varphi^*(x, y) \rightarrow \partial\varphi^*/\partial x = u_x^*$ ;  $\partial\varphi^*/\partial y = u_y^*$ .

Obydwa składowe spełniają równanie Laplace'a, przy czym potencjał zaburzeń winien spełniać warunek brzegowy zakładający zerową wartość pochodnej potencjału normalnej do brzegu opływanych obiektów oraz warunek zanikania potencjału

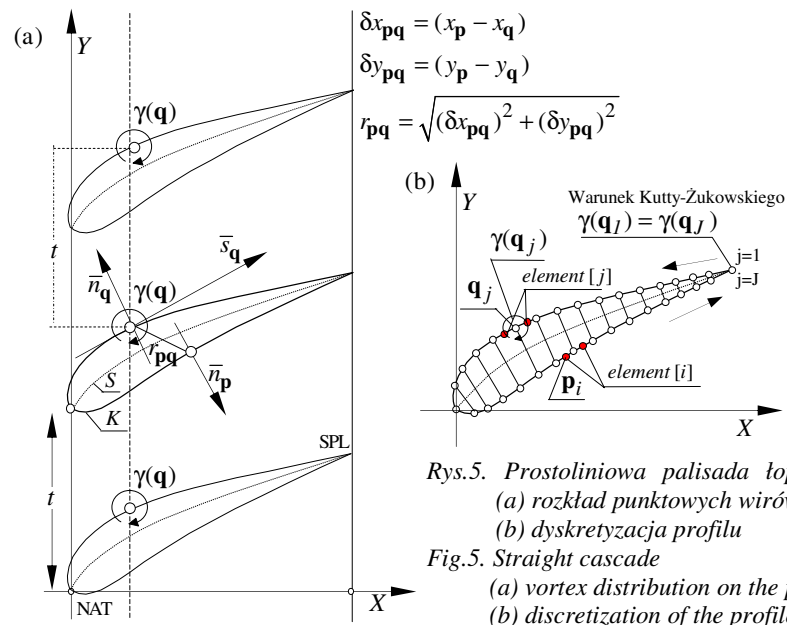
w dostatecznie dużej odległości od obiektu (matematyczny warunek zanikania potencjału w "nieskończoności").

### 3 Wyznaczenie przepływu przez prostoliniową palisadę profili

Metoda hydrodynamicznych osobliwości w zagadnieniach analizy potencjalnego opływu obiektu materialnego płynem doskonałym polega na modelowaniu powierzchni brzegowej (w przypadku zagadnień przepływów przestrzennych) lub linii brzegowej obiektu (w przypadku zagadnień przepływów płaskich) układem hydrodynamicznych osobliwości w postaci liniowych lub punktowych wirów, liniowych lub punktowych źródeł i upustów oraz dipoli [5].

W przypadku wyznaczania płaskiego opływu regularnego układu obiektów, jakim jest prostoliniowa nieskończona palisada profili, dogodnym sposobem modelowania elementów palisady jest metoda lokalizacji na konturach punktowych wirów.

Zgodnie z prawem Biota-Savarta prędkość  $u(\mathbf{p})$  w punkcie  $\mathbf{p} \equiv (x_p, y_p)$  płaszczyzny, generowana przez element wirowy  $\gamma(\mathbf{q})d\mathbf{l}_q$  znajdujący się w punkcie  $\mathbf{q} \equiv (x_q, y_q)$ , jest równa  $du(\mathbf{p})_q = \gamma(\mathbf{q})d\mathbf{l}_q / 2\pi r_{pq}$ , zatem prędkość przepływu przez palisadę profili można traktować jako prędkość generowaną rozkładem wirów o gęstościach  $\gamma(\mathbf{q})$  na profilach. Palisadę profili modeluje nieskończenie elementowy układ linii o nieskończonej długości ułożonych równoległe do czoła palisady, na których są zlokalizowane wiry o jednakowej gęstości z podziałką ( $t$ ) (rys.5).



Zagadnienie brzegowe formułowane dla potencjału prędkości  $\Phi^* \equiv \Phi^*(x, y)$ , gdzie na konturach  $(K)$   $(\partial\Phi^*/\partial s)_{\mathbf{q}} = u_x^*(\mathbf{q}) = \gamma(\mathbf{q})$  (rys.5a) z warunkiem brzegowym zakładającym stałą wartość potencjału  $\Phi_\infty + \Phi^* = const$  na profilach palisady, prowadzi do równania całkowego względem gęstości osobliwości [6]:

$$-\frac{1}{2}\gamma(\mathbf{p}) + \int_{(K)} \gamma(\mathbf{q}) H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dl_{\mathbf{q}} + u_{x\infty} \cos(\alpha_{\mathbf{p}}) + u_{y\infty} \sin(\alpha_{\mathbf{p}}) = 0, \quad (10)$$

gdzie  $\alpha_{\mathbf{q}} = \angle(\bar{s}_{\mathbf{q}}; x)$ ;  $\alpha_{\mathbf{p}} = \angle(\bar{s}_{\mathbf{p}}; x)$  oraz:

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2t} \left( \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{\mathbf{pq}}\right) \sin(\alpha_{\mathbf{p}}) - \sin\left(\frac{2\pi}{t} \delta y_{\mathbf{pq}}\right) \cos(\alpha_{\mathbf{p}})}{\cosh\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{\mathbf{pq}}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{\mathbf{pq}}\right)} \right), \quad (10^*)$$

gdzie:  $\delta x_{\mathbf{pq}} = (x_{\mathbf{p}} - x_{\mathbf{q}})$  ;  $\delta y_{\mathbf{pq}} = (y_{\mathbf{p}} - y_{\mathbf{q}})$  oraz  $r_{\mathbf{pq}} = \sqrt{(\delta x_{\mathbf{pq}})^2 + (\delta y_{\mathbf{pq}})^2}$  .

Po wyznaczeniu rozkładu gęstości osobliwości na profilu  $\gamma(\mathbf{q})$  składowe prędkości generowanej na profilu wyznacza się z zależności:

$$u_s^*(\mathbf{p}) = \int_{(K)} \gamma(\mathbf{q}) H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dl_{\mathbf{q}} \quad ; \quad \mathbf{p}, \mathbf{q} \in K \quad ; \quad u_n^*(\mathbf{p}) = 0 \quad \mathbf{p}, \mathbf{q} \in K . \quad (11)$$

Współczynnik ciśnienia na profilu wyznacza się z równania [7]:

$$C_p(\mathbf{q}) - \frac{p(\mathbf{q}) - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho u_\infty} = 1 - \left( \frac{\gamma(\mathbf{q})}{u_\infty} \right)^2 . \quad (12)$$

Równanie całkowe (10) rozwiązuje się numerycznie. Zakładając podział konturu  $(K)$  na  $J$  elementów liniowych (rys.5b) i przyjmując na elementach stałą gęstość osobliwości, równanie całkowe sprowadza się do układu algebraicznych równań liniowych:

$$\sum_{j=1}^J \gamma_j \bar{H}_{ij} = -u_{x\infty} \cos(\alpha_i) - u_{y\infty} \sin(\alpha_i), \quad (13)$$

gdzie:

$$\bar{H}_{ij} = \int_{(L_j)} H_{ij} dL_j, \quad (13^*)$$

przy czym:

$$H_{ij} = \frac{1}{2t} \left( \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{ij}\right) \frac{\Delta y_i}{L_i} - \sin\left(\frac{2\pi}{t} \delta y_{ij}\right) \frac{\Delta x_i}{L_i}}{\cosh\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{ij}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{t} \delta x_{ij}\right)} \right) ; \quad H_{ii} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J H_{ij}, \quad (13^{**})$$



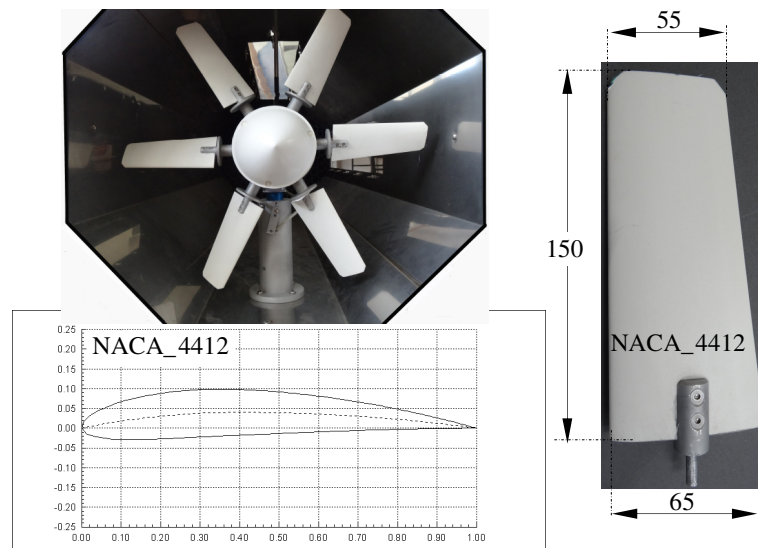
gdzie:  $\delta x_{ij} = (x_i - x_j)$  ;  $\delta y_{ij} = (y_i - y_j)$   $(x_i, y_i) \in L_i ; (x_j, y_j) \in L_j$  .

Po wyznaczeniu gęstości osobliwości  $[\gamma_j]_{j=1}^J$  w punktach centralnych elementów  $L_j$

na profilu wyznacza się wartości współczynnika ciśnienia (równ.12), cyrkulację wokół profilu palisady oraz składowe pola prędkości i linie prądu.

#### 4 Wyznaczenie przepływu przez wirnik mikro turbiny osiowej

Przedstawioną wyżej metodą wyznaczono przepływ i charakterystyki aerodynamiczne modelowej turbiny osiowej zainstalowanej na stanowisku badawczym w Laboratorium Odnawialnych Źródeł Energii w Politechnice Białostockiej (rys. 6).



Rys.6. Mikroturbina osiowa. Widok turbiny. Wymiary łopatki

Fig.6. Axial microturbine. View of HAWMT. Blade dimensions

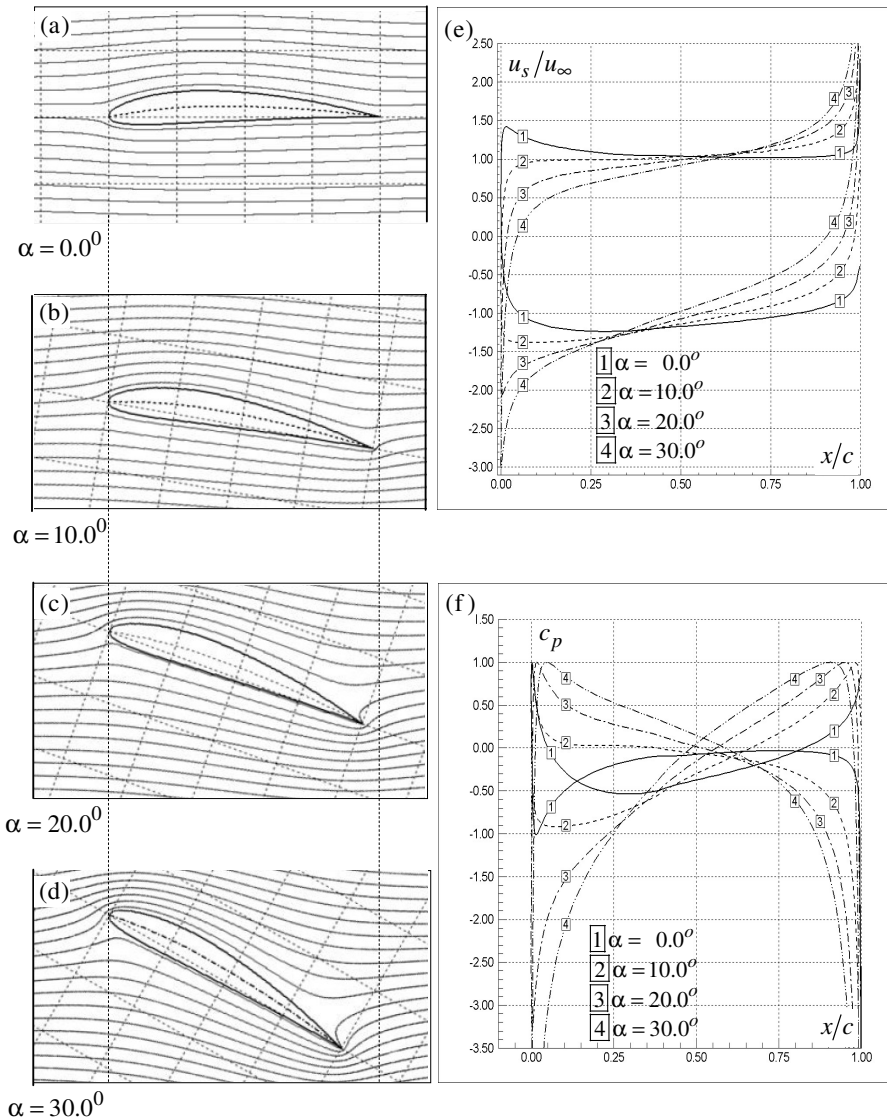
Wirnik mikro turbiny jest wirnikiem osiowym o N=6 profilowanych łopatkach o stałym profilu NACA\_4412 o wymiarach:

wysokość łopatki 150 mm,

szerokość łopatki (dł. cięciwy profilu) u podstawy 60 mm ( $r_1=100$  mm),

szerokość łopatki (dł. cięciwy profilu) u nasady 55 mm ( $r_2=250$  mm)

z możliwością kąta ustawienia łopatek palisady w zakresie kątów natarcia  $\alpha=0 : 90^\circ$ .



Rys.7. Płaska palisada profili: (a) - (d) wykresy linii prądu; (e) wykres prędkości na profilu; (f) wykres współczynnika ciśnienia

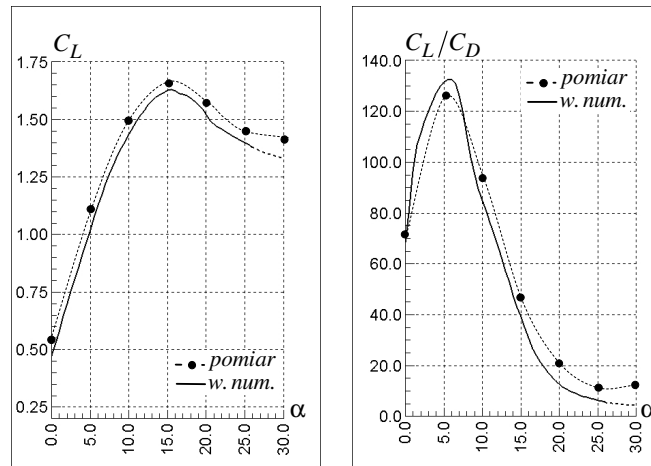
Fig.7. Straight airfoils cascade: (a) - (d) Flow streamlines; (e) graph of the velocity on the profile; (f) graph of the pressure coefficient

Na rysunku 7 przedstawiono rezultaty obliczeń aerodynamicznych prostoliniowej palisady profili, będącej wynikiem odwzorowania opisanego zależnością (8) kołowej palisady profili na osiowo symetrycznej powierzchni wyznaczonej promieniem

$r=175$  mm i znormalizowanej na płaszczyźnie odwzorowania do wymiaru długości profilu  $l_c=1.0$  (podziałka palisady  $t=2.50$ ) dla wybranych kątów napływu w prostoliniowej palisadzie profili określonych kątami natarcia profili palisady, odpowiednio  $\alpha=0.0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ . Na rysunku 7a-7d zaprezentowano wykresy linii prądu opływu prostoliniowej palisady profili. Wykres (rys. 7e.) przedstawia rozkład prędkości stycznej na profilu odniesiony do wartości znormalizowanej prędkości napływu  $u_\infty=u_{x\infty}=1.0$ , a wykres (rys. 7f) wartości współczynnika ciśnienia na profilu.

W wyniku badań doświadczalnych modelowej turbiny wyznaczono aerodynamiczne charakterystyki turbiny siły nośnej w funkcji kąta natarcia oraz stosunku współczynnika siły nośnej do współczynnika oporu czołowego w funkcji natarcia.

Na rysunku 8 przedstawiono porównanie wyników pomiarów z wynikami numerycznych obliczeń tych wartości prezentowaną wyżej metodą obliczeniową. Błąd metody obliczeniowej wyznaczania charakterystyk aerodynamicznych analizowanej palisady wirnikowej nie przekracza 10% właściwych wartości wyznaczonych z pomiarów opływu wirnika mikroturbiny na stanowisku pomiarowym.



Rys.8. Charakterystyki współczynników aerodynamicznych mikroturbiny wiatrowej  
Fig.8. Characteristics of the aerodynamic coefficients of the axial microturbine

## 5 Podsumowanie

Przedstawiony wyżej algorytm obliczeniowy wyznaczania charakterystyk aerodynamicznych i parametrów użytkowych małych osiowych turbin wiatrowych o dużym stopniu wypełnienia wieńca łopatkowego metodą hydrodynamicznych osobliwości, pomimo istotnych uproszczeń dotyczących modelu płynu i modelu przepływu, jest skutecznym narzędziem obliczeniowym do rozwiązywania zagadnień przepływowych w tych urządzeniach, będących zasadniczym elementem procesu konstrukcji i technicznej optymalizacji tych urządzeń.

## Literatura

1. Kulunk E.: Aerodynamics of Wind Turbines, w: R. Carriveau (ed.) *Fundamental and Advanced Topics in Wind Power*, InTech, 2011
2. Hansen M.O.: Aerodynamics of wind turbines (2 ed.) EARTHSCAN, 2008
3. Tong W.: *Wind Power Generation and Wind Turbine Design*. WIT Press, 2010
4. Lewis R.I.: *Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*. Cambridge Univ. Press, 1991
5. Sorko S.A.: *Elementy teorii hydrodynamicznych punktów osobliwych*. Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, 1978
6. Lewis R.I.: Development of Vortex Dynamics for Simulation of Turbomachine Cascade and Blade Rows, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, no.1, vol.2, pp 73-85, 2001
7. Fletcher C.A.J.: Computational Techniques for Fluid Dynamics Vol. I. *Fundamental and General Techniques*, Vol. II. *Specific Techniques for Different Flow Categories*. Springer-Verlag, 1991

## Streszczenie

Przedmiotem opracowania jest metoda obliczeniowa wyznaczania przepływu przez wirniki niewielkich osiowych turbin wiatrowych o gęstych palisadach łopatkowych i wyznaczania charakterystyk aerodynamicznych tych urządzeń. Przedstawiono algorytm obliczeniowy oparty na koncepcji podziału wirnika osiowego na wirniki elementarne i konforemnym odwzorowaniu kołowych palisad profili na osiowosymetrycznych powierzchniach prądu na płaskie palisady profili, w których opływ palisady i charakterystyki aerodynamiczne są wyznaczone metodą hydrodynamicznych osobliwości.

**Słowa kluczowe:** metoda elementów brzegowych, turbiny wiatrowe HAWT

## **The modelling of aerodynamic parameters of the wind power engineering devices Part II. The aerodynamic analysis of the horizontal axis wind turbines**

### **Summary**

An object of the elaboration is the computational method solution of the flow through rotors of small axial wind turbines and calculations of aerodynamic characteristics of these devices. One presented the computational algorithm based on the idea of the partition of the axial rotor on elementary rotors and the conformal mapping of aerofoil cascades on axis-symmetrical surfaces on flat straight cascades in which flow through the cascade and its aerodynamic characteristics are calculated by the method of hydrodynamic singularities.

**Keywords:** boundary element method, wind turbines HAWT

Opracowanie zrealizowano w ramach pracy statutowej nr S/WBiŚ/4/2014 Katedry Ciepłownictwa Politechniki Białostockiej.

