

Radosław NOWAK, Marek PIETRZAKOWSKI
Politechnika Warszawska, IPBM, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa
E-mail: rnowak@simr.pw.edu.pl, mpi@simr.pw.edu.pl

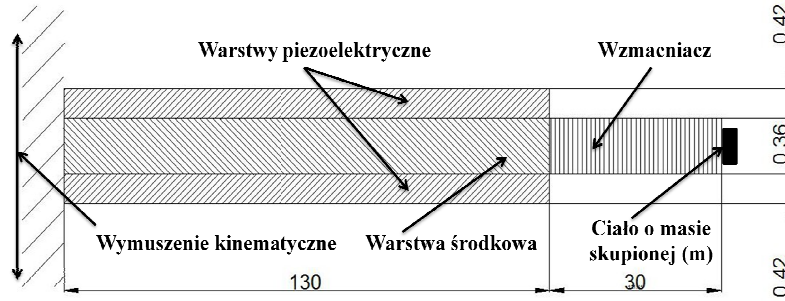
Badania symulacyjne piezoelektrycznego dwubelkowego układu pozyskiwania energii elektrycznej

1 Wstęp

Elementy piezoelektryczne mają zastosowanie między innymi w tłumieniu i sterowaniu drganiami konstrukcji, pozycjonowaniu członów wykonawczych robotów oraz przetwarzaniu energii mechanicznej w elektryczną. Temu ostatniemu zagadnieniu poświęcone są liczne prace teoretyczne i doświadczalne, w których badacze koncentrują się na rozwiązaniach konstrukcyjnych zapewniających zwiększenie efektywności konwersji energii. Przykładem mogą być dyskretno-ciągłe układy belkowe o zróżnicowanej strukturze, np. belki z dodatkowymi elementami masowymi wykonujące ruch giętno-skrętny [1], lub połączone sprężyną dwie wzajemnie równoległe belki wysięgnikowe o różnych sztywnościach [3]. Zaproponowany w niniejszym artykule dwubelkowy układ pozyskiwania energii elektrycznej składa się z belki generatora z warstwami piezoelektrycznymi oraz z tzw. belki wzmacniacza ugięcia z masą skupioną na swobodnym końcu. Głównym celem pracy jest zbadanie wpływu parametrów konstrukcyjnych wzmacniacza, takich jak wartość masy skupionej oraz grubość belki, na efektywność układu, a także weryfikacja modelu utworzonego metodą elementów skończonych (MES).

2 Badany układ

Rozpatrywany układ pozyskiwania energii elektrycznej składa się z dwóch szeregowo połączonych belek, które działają odpowiednio jako generator pola elektrycznego i wzmacniacz drgań [por. 4]. Generator, sztywno zamocowany na jednym końcu do ruchomej podpory, zbudowany jest z warstw zewnętrznych o właściwościach piezoelektrycznych i metalowej warstwy środkowej o stosunkowo małym module Younga (np. warstwa aluminiowa). Drugi koniec generatora połączony jest ze wzmacniaczem w postaci stalowej belki z dołączonym na swobodnym końcu ciałem o masie skupionej. W rozpatrywanym modelu teoretycznym założono idealne połączenie generatora i wzmacniacza. W rzeczywistym układzie połączenie elementu aluminiowego i stalowego stwarza pewne trudności technologiczne. Model badanego układu z podanymi wymiarami belek generatora i wzmacniacza przedstawiono na rysunku 1.



Rys.1. Model badanego układu

Fig.1. Model of the system

Założono stałą szerokość obu belek równą 24,4 mm. Stosunek grubości warstwy piezoelektrycznej do grubości całkowitej generatora wynosi 0,35. Parametry materiałowe dobrano na podstawie katalogu producenta [8] oraz wcześniejszych badań autorów. Wymuszenie zdefiniowano jako wymuszenie kinematyczne poprzeczne do belki, jako ruch harmoniczny podpory, o amplitudzie 0,5 mm i częstotliwości z zakresu obejmującego pierwszą częstość drgań własnych.

Na obecnym etapie badań skoncentrowano się na określeniu wpływu grubości belki wzmacniacza i wartości masy skupionej na amplitudę generowanego napięcia. W obliczeniach zastosowano metodę analityczną i symulacje komputerowe metodą elementów skończonych. W celu weryfikacji modelu MES porównano otrzymane wyniki, zestawiając je na wykresach i w tabelach (rozdział 5).

3 Obliczenia metodą analityczną

Równania drgań belki wysięgnikowej złożonej z dwóch odcinków, poddanej wymuszeniu poprzecznym ruchem podpory można zapisać w bezwzględny układzie odniesienia w ogólnej postaci:

$$E_k J_k \left(\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu_k \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho_k b t_k \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0; k = g, w, \quad (1)$$

w której indeksy g i w odnoszą się odpowiednio do generatora i wzmacniacza.

We wzorze (1) oznaczono: $y(x, t)$ – ugięcie dowolnego odcinka belki, E_k , μ_k , ρ_k – odpowiednio moduł Younga, czas opóźnienia (zgodnie z modelem Kelvina-Voigta), gęstość materiału (wielkości zastępcze w przypadku trójwarstwowego generatora) oraz J_k , t_k – odpowiednio moment bezwładności przekroju poprzecznego i grubość odcinka belki, b – stała szerokość belki.

Równania (1) spełniają następujące warunki brzegowe, wynikające ze sposobu zamocowania i umieszczenia ciała o masie skupionej m na swobodnym końcu belki wzmacniacza:

$$y(0, t) = y_1(t); \quad \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0; \quad E_w J_w \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Big|_{x=l}, \quad (2)$$

gdzie $y_1(t)$ – pionowe przemieszczenie podpory, l – całkowita długość.

Warunki ciągłości w połączeniu obu belek są następujące:

$$\begin{aligned} y(x, t)|_{x=l_1^-} &= y(x, t)|_{x=l_1^+}; \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}|_{x=l_1^-} = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}|_{x=l_1^+}, \\ T(x, t)|_{x=l_1^-} &= T(x, t)|_{x=l_1^+}; \quad M(x, t)|_{x=l_1^-} = M(x, t)|_{x=l_1^+}, \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie l_1 – długość belki generatora.

Zapewniają one ciągłość ugięć, kątów ugięcia, sił tnących i momentów gnących w przekroju granicznym generatora i wzmacniacza ($x = l_1$).

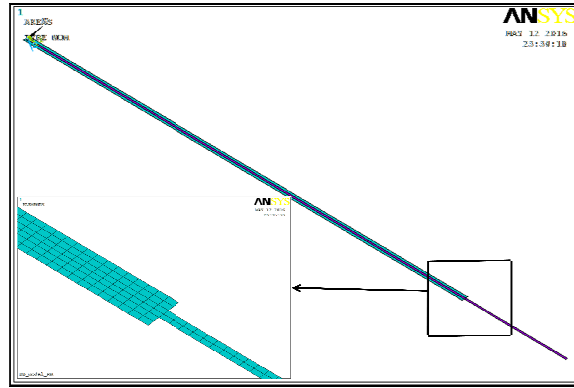
W przypadku drgań stacjonarnych o częstotliwości kołowej ω rozwiązanie równań (1) można wyznaczyć jako iloczyn funkcji współrzędnej x i funkcji czasu t :

$$y(x, t) = \begin{cases} y_g(x)e^{i\omega t} & 0 \leq x \leq l_1 \\ y_w(x)e^{i\omega t} & l_1 \leq x \leq l \end{cases}. \quad (4)$$

Wyniki w postaci charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych generowanego napięcia otrzymano, rozwiązując równania ruchu (1) metodą przepustowości widmowej, w założonym paśmie częstotliwości wymuszenia. Sposób rozwiązania równań drgań belki można dokładniej prześledzić między innymi w publikacjach [2] i [6].

4 Obliczenia metodą elementów skończonych

Obliczenia metodą elementów skończonych przeprowadzono w programie ANSYS, stosując elementy płaskie z kwadratową funkcją kształtu. Przykład zastosowania modelu płaskiego został opisany w artykule [5], gdzie porównano wyniki obliczeń uzyskanych metodą analityczną i metodą elementów skończonych. Zaproponowany model ma znacznie mniejszą liczbę stopni swobody w porównaniu do modelu bryłowego, co jest szczególnie ważne w przypadku analizy dynamicznej układu. Warstwa środkowa generatora, belka wzmacniacza i ciało o masie skupionej zostały zbudowane z ośmiowęzłowych elementów Plane183. Warstwy piezoelektryczne zamodelowano, stosując elementy Plane223, w których węzły mają dodatkowe elektryczne stopnie swobody. W połączeniu warstw generatora i w miejscu styku ze wzmacniaczem zastosowano dostępną w oprogramowaniu funkcję sklejaną powierzchni, wiążąc przemieszczenia sąsiadujących ze sobą węzłów. Elektrody elementu piezoelektrycznego zamodelowano poprzez połączenie elektrycznych stopni swobody węzłów znajdujących się na wspólnej (górnej bądź dolnej) linii generatora. Na rysunku 2 pokazano model MES układu z widoczną siatką elementów skończonych. Gęstość siatki została dobrana tak, by zapewnić dostateczną dokładność modeli MES przy jednoczesnym ograniczeniu czasu obliczeń. Przyjęto jednakowe parametry geometryczne i właściwości materiałowe modelu MES i modelu analitycznego. Wymuszenie poprzecznych drgań generatora realizowane jest pionowym, harmonicznym ruchem podpory o częstotliwościach z zakresu pierwszego rezonansu. Na podstawie analizy modalnej wyznaczono częstotliwości drgań własnych układu. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe uzyskano na podstawie analizy harmonicznej układu dwubelkowego [7].



Rys.2. Model MES z zaznaczoną siatką elementów skończonych

Fig.2. FEM model with finite element grid

5 Wyniki obliczeń

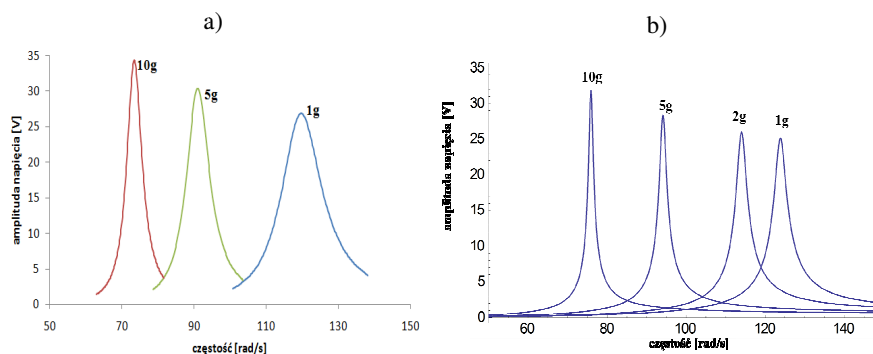
Wyniki obliczeń metodą analityczną i metodą elementów skończonych przedstawiono w postaci charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych napięcia. W obliczeniach przyjęto wartości parametrów materiałowych wymienione w tabeli 1.

Tabela 1. Podstawowe parametry materiałowe

Table 1. Basic material parameters

Właściwości materiałowe	Warstwa środkowa	Warstwa piezo-elektryczna	Belka wzmacniacza
Moduł Younga (Pa)	$0,7 \cdot 10^{11}$	$6,3 \cdot 10^{10}$	$2,1 \cdot 10^{11}$
Liczba Poissona	0,3	0,3	0,33
Gęstość (kg/m^3)	2700	7280	7800
Czas opóźnienia (s)	$2 \cdot 10^{-4}$		$2 \cdot 10^{-4}$
Stała d_{31} (m/V)		$1,90 \cdot 10^{-10}$	
Przenikalność dielektryczna próżni (F/m)		$8,85 \cdot 10^{-12}$	
Przenikalność dielektryczna ϵ_{33}/ϵ_0		1695	

Zapewnienie efektywnej przemiany energii mechanicznej w energię elektryczną związane jest z dostosowaniem częstotliwości roboczej układu (bliskiej częstotliwości rezonansowej) do częstotliwości wymuszenia, którego źródłem jest otoczenie. Cel ten można osiągnąć między innymi przez odpowiedni dobór parametrów geometrycznych i materiałowych wzmacniacza. Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń zbadano wpływ masy skupionej oraz grubości belki wzmacniacza na zachowanie się układu i generowane napięcie.



Rys. 3. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe generowanego napięcia. Wpływ zmiany wartości masy skupionej. Wyniki otrzymane metodą MES (a) i analityczną (b)

Fig. 3. Generated voltage amplitude-frequency characteristics. Influence of the lumped mass. Results obtained from the FEM (a) and the analytical method (b)

Na rysunku 3 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe generowanego napięcia obliczone metodą analityczną i metodą elementów skończonych. Przeprowadzono analizę wpływu zmiany masy skupionej (w zakresie od 1 do 10 gramów) na amplitudę generowanego napięcia w strefie pierwszego rezonansu. W obliczeniach przyjęto grubość wzmacniacza równą 0,36 mm.

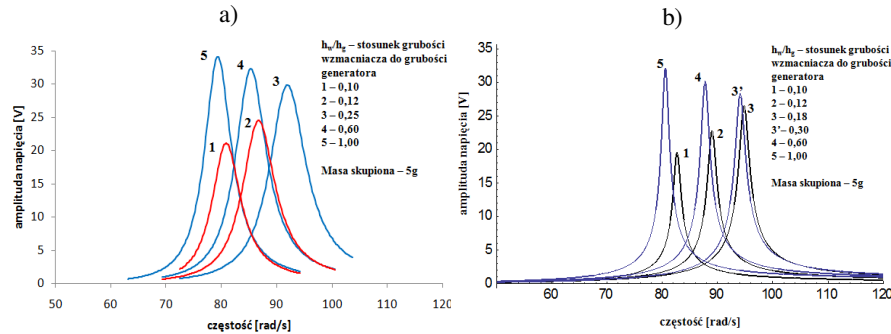
Porównanie wartości amplitud rezonansowych napięcia, odpowiadających wybranym wartościom masy skupionej, zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Porównanie wartości generowanego napięcia w przypadku zmiany masy skupionej

Table 2. Generated voltage comparison in case of the lumped mass change

Masa skupiona (g)	Amplituda napięcia (V)		Błąd względny (%)
	Obliczenia MES	Obliczenia analityczne	
10	34	32	5,7
5	30	28	6,6
1	27	25	7,5

Największy błąd względny między wynikami otrzymanymi metodą symulacyjną i analityczną wynosi 7,5%. Zauważalna jest tendencja do zmniejszenia wartości błędu wraz ze wzrostem masy skupionej znajdującej się na swobodnym końcu belki.



Rys. 4. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe generowanego napięcia. Wpływ zmiany grubości wzmacniacza. Wyniki otrzymane metodą MES (a) i analityczną (b)

Fig.4. Generated voltage amplitude-frequency characteristics. Influence of the resonator thickness. Results obtained from the FEM (a) and the analytical method (b)

Na rysunku 4 zestawiono wyniki obliczeń otrzymane dla kilku wartości stosunku grubości wzmacniacza do całkowitej grubości generatora (h_w/h_g) z przedziału od 0,1 do 1,0, przy czym grubość generatora ustalono równą 1,2 mm. W obliczeniach założono stałą wartość masy skupionej równą 5 g. Na wykresach widoczny jest wzrost amplitudy napięcia wraz ze zwiększaniem grubości wzmacniacza, natomiast częstota rezonansowa początkowo rośnie (zwiększenie globalnej sztywności układu), a następnie maleje, co świadczy o dominującym wpływie przyrostu masy. A zatem dla jednej częstoty drgań układu możliwe jest uzyskanie dwóch różnych wartości amplitudy napięcia i dobór takiej grubości wzmacniacza, która zapewnia bardziej efektywne działanie generatora. W tabeli 3 zestawiono obliczone analitycznie i symulacyjnie maksymalne wartości napięcia odpowiadające przyjętym wartościom stosunku h_w/h_g .

Tabela 3. Porównanie wartości generowanego napięcia w przypadku zmiany grubości wzmacniacza

Table 3. Generated voltage comparison in case of the resonator thickness change

h_w/h_g	Amplituda napięcia (V)		Błąd względny (%)
	Obliczenia MES	Obliczenia analityczne	
0,10	21	20	4,8
0,12	24	23	4,2
0,60	32	31	3,1
1,00	34	33	3,0

W tym przypadku największy błąd względny wynosi 4,8%.

Na podstawie wyników obliczeń otrzymanych metodą analityczną i metodą elementów skończonych stwierdzono poprawność zaproponowanego modelu MES, który może być zastosowany w dalszych badaniach dotyczących poprawy efektywności belkowych układów pozyskiwania energii elektrycznej z drgań mechanicznych.

6 Wnioski

W artykule zaproponowano model dwubelkowego układu pozyskiwania energii elektrycznej składający się z piezoelektrycznego generatora i wzmacniacza drgań. Obliczenia przeprowadzono metodą analityczną i metodą elementów skończonych. Wyniki przedstawiono w postaci charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych generowanego napięcia. Zbadano wpływ masy skupionej oraz grubości belki wzmacniacza na efektywność układu.

Wykazano możliwość zwiększenia efektywności zamiany energii drgań mechanicznych na energię elektryczną poprzez odpowiedni dobór parametrów geometrycznych i materiałowych wzmacniacza na etapie projektowania układu.

Na podstawie porównania wyników obliczeń metodą analityczną i metodą elementów skończonych stwierdzono poprawność zbudowanego modelu MES. Maksymalny błąd względny między porównywanymi wartościami amplitudy generowanego napięcia wynosi 7,5%. Zauważalna jest tendencja do zmniejszania się wartości błędu wraz ze wzrostem zarówno masy skupionej jak i grubości belki wzmacniacza.

Bibliografia

1. Abdelkefi A., Najar F., Nayfeh A.H., Ben Ayed S.: An energy harvester using piezoelectric cantilever beams undergoing coupled bending–torsion vibrations. *Smart Materials and Structures* no 20, pp. 1-11, 2011
2. Freundlich J.; Pietrzakowski M.: Symulacja MES pomiaru drgań dźwigara kratowego przy pomocy rozłożonych czujników piezoelektrycznych. *Quartalnik Symulacje w Badaniach i Rozwoju* nr 1/2011, pp. 5-13, Warszawa, 2011
3. Vijayan K., Friswell M.I., Haddad Khodaparast H., Adhikari S.: Non-linear energy harvesting from coupled impacting beams. *International Journal of Mechanical Sciences* no 96-97, pp. 101-109, 2015
4. Malakooti M. H., Patterson B. A., Hwang H., Sodano H. A.: ZnO nanowire interfaces for high strength multifunctional composites with embedded energy harvesting. *Energy & Environmental Science* 9, pp. 634-643, 2016
5. Gasic V., Obradovic A., Petkovic Z.: Mathematical modelling of the in-plane vibrations of portal cranes with FEM verification. *Proceedings of Machine Design*, 18th May 2009, Novi Sad
6. Pietrzakowski M.; Nowak R.: Wpływ położenia i kształtu elementu piezoelektrycznego na pozyskiwaną energię elektryczną. *Quartalnik Symulacje w Badaniach i Rozwoju*, nr 3/2012, pp. 5-15, Warszawa, 2013
7. Release 11.0 Documentation for ANSYS , ANSYS Ltd. 2006
8. <http://www.mide.com/collections/vibration-energy-harvesting-with-protected-piezos>

Streszczenie

Zaproponowany układ dwubelkowy składa się z generatora z warstwami piezoelektrycznymi i wzmacniacza drgań. Wymuszenie kinematyczne zrealizowano jako harmoniczny poprzeczny ruch podpory. W pracy skupiono się na wpływie parametrów geometrycznych i materiałowych wzmacniacza na efektywność zamiany energii mechanicznej w energię elektryczną. Wyniki otrzymane metodą analityczną i metodą elementów skończonych przedstawiono w postaci charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych generowanego napięcia. Porównano wybrane maksymalne wartości amplitudy napięcia i częstości drgań własnych, zestawiając je w tabelach. Na podstawie oszacowanych błędów względnych stwierdzono poprawność zastosowanego modelu MES.

Słowa kluczowe: generator piezoelektryczny, MES, pozyskiwanie energii elektrycznej, układ dwubelkowy

Simulation investigations of the double beam piezoelectric energy harvester

Summary

In this paper the double beam system, which consists of generator (with piezoelectric layers) and resonator, was presented. Excitation was realized by the transverse harmonic movement of the support. The influence of geometrical and material properties of the resonator on the efficiency of conversion from mechanical energy into electrical energy were investigated. Results obtained by the analytical and the finite element method were shown as amplitude-frequency characteristics of the generated voltage. Comparison of the maximum voltage amplitude and the natural frequencies was summarized in the tables. On the basis of relative errors the correctness of the FEM model was confirmed.

Keywords: piezoelectric generator, FEM, energy harvesting, double cantilever beam