

Roman BOGACZ, Jarosław SEŃKO

Politechnika Warszawska

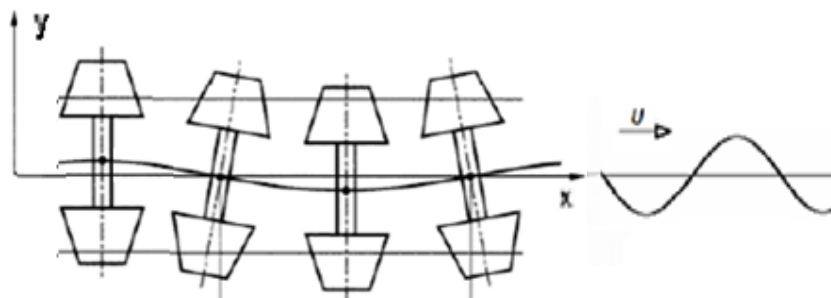
Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

E-mail: rbogacz@ippt.gov.pl; jsenko@simr.pw.edu.pl

Dynamika poprzeczna i stateczność układu modelującego oddziaływanie długiego pojazdu szynowego z torem

1 Wstęp

W rzeczywistości układ mechaniczny opisujący dynamikę oddziaływania pojazdu szynowego z torem stanowi złożony układ przestrzenny. Badania zwykle ograniczane są do płaszczyzny pionowej. Pod względem bezpieczeństwa badania dynamiki poprzecznej układu są bardziej istotne aniżeli badania w płaszczyźnie pionowej i istotnie je uzupełniają. Klasycznym podejściem do modelowania dynamiki poprzecznej i stateczności jest teoria ruchu pojazdu szynowego związana ze stożkowatością powierzchni tocznej kół kolejowych, rys. 1. Efekt stożkowatości wykorzystany został do modelowania wężykowania przez W. Klingela w 1883 roku [1] do opisu prostoliniowego ruchu zestawu kołowego w płaszczyźnie poziomej. Podejście to było następnie sukcesywnie uogólniane, w tym w [2] i [3].



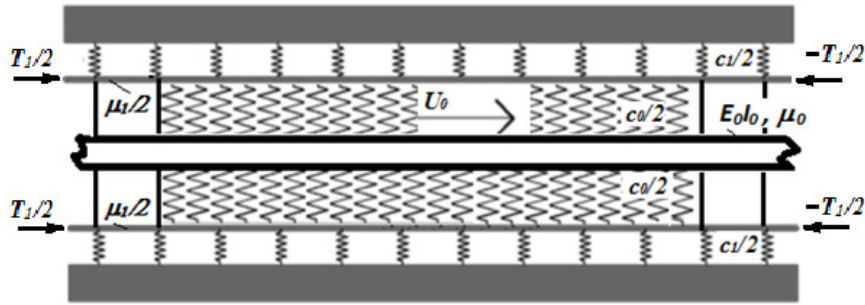
Rys. 1. Schemat wężykowania jako niestateczności ruchu zestawu kołowego w sztywnym torze

Pokrewnym zagadnieniem niestateczności związanym ze stożkowatością zestawów kołowych jest zjawisko falistego zużycia występujące w torze krzywoliniowym, w którym przyspieszenie dośrodkowe nie jest w pełni zrównoważone przechyłką toru. Zjawisko falistego zużycia występujące w takim przypadku nosi nazwę fal poślizgowych (*slip waves*). Bardziej wyczerpującą dyskusję dotyczącą generowania tego typu zużycia można znaleźć w pracy [4]. Przeprowadzono również badania symulacyjne, które wskazują na możliwość ograniczania amplitudy fal poślizgowych, wzbudzając dodatkowe drgania, [5].

Zagadnienie stateczności sformułowane w niniejszej pracy nie jest związane bezpośrednio ze stożkowatością kół, stanowi ono jedynie podstawę wyznaczenia charakterystyki oddziaływania obu podukładów. Umożliwia to wykorzystanie takiej samej techniki badań zarówno do analizy stateczności ruchu w płaszczyźnie poziomej klasycznych pojazdów szynowych, jak i pojazdów na poduszce magnetycznej. Badania dynamiki poprzecznej łatwo uzupełnić wynikami uzyskanymi w badaniach w płaszczyźnie pionowej [6], jednak tylko w przypadku pominięcia efektów sprzężeń. W niniejszym opracowaniu rozważymy układ mechaniczny złożony z toru modelowanego podwójną belką Bernoulliego–Eulera na sprężystym podłożu o sprężystości poprzecznej c_1 ($2 \times c_1/2$) oddziałującego sprzężenie (c_0) z poruszającym się ze stałą prędkością U_0 pojazdem szynowym, który w zależności od sztywności modelowany będzie belką Bernoulliego – Eulera lub układem gęsto rozłożonych mas (oscylatorów), które mogą być połączone napiętą struną (przypadek braku sztywności giętej pojazdu).

2 Model układu pojazd szynowy-tor o sztywności giętej pojazdu E_0I_0

Model układu szyn z pojazdem szynowym o sztywności giętej E_0I_0 został przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Model układu złożony z dwóch podukładów ciągłych modelujący oddziaływanie pociągu z torem

Ruch układu w ogólnym przypadku opisany jest nieliniowymi równaniami o nieciągłych charakterystykach sprężystości. Niniejsze opracowanie ograniczymy do przypadku zlinearyzowanych charakterystyk sprężystości pomijając wpływ tłumienia. Równania ruchu w tym przypadku zapiszemy w postaci:

$$E_1 I_1 w_{,xxxx} + \mu_1 w_{,tt} + c_1 w + c_0(w - y) = 0, \quad (1)$$

$$E_0 I_0 y_{,xxxx} + \mu_0(y_{,tt} - 2U_0 y_{,xt} + U_0^2 y_{,xx}) + c_0(y - w) = 0, \quad (2)$$

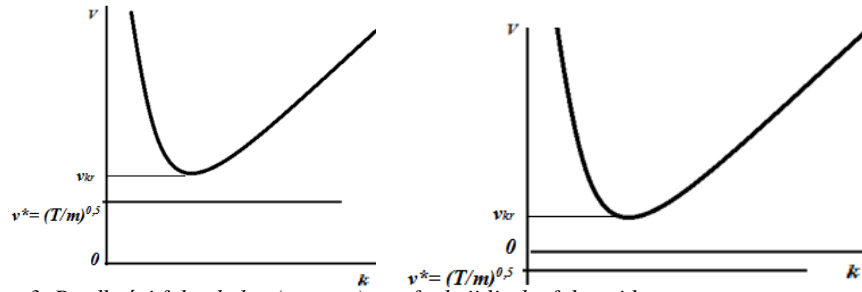
gdzie: $w = w(x, t)$ i $y = y(x, t)$ są odpowiednio przemieszczeniami poprzecznymi toru i pojazdu, $E_1 I_1$ jest sztywnością poprzeczną toru, $E_0 I_0$ sztywnością poprzeczną pojazdu, a μ_1 i μ_0 są odpowiednio liniową gęstością masy toru i pojazdu, zaś c_0 i c_1 są odpowiednio współczynnikami sprężystości oddziaływania pojazdu z torem i toru z podłożem. Wskaźniki dolne po przecinku oznaczają pochodne cząstkowe odpowiedniego rzędu.

Uwzględniając dodatkowo siłę wzdłużną w szynach powodującą spadek prędkości fal w torze w przypadku ściskania, a wzrost prędkości w przypadku rozciągania szyn, równanie ruchu (1) uzupełnimy wyrazem $T_1 w_{,xx}$ i oznaczymy jako (1a),

$$E_1 I_1 w_{,xxxx} + T_1 w_{,xx} + \mu_1 w_{,tt} + c_1 w + c_0(w - y) = 0. \quad (1a)$$

Możemy nadmienić, że siła wzdłużna w szynach jest związana z rozszerzalnością cieplną zależną od temperatury i zmienia się istotnie w wielu zarządach kolejowych wraz z porą roku, a w niektórych rejonach, np. tropikalnych, zależy istotnie od pory dnia.

Prędkość propagacji fal w belce (szynach) w zależności od liczby falowej k , przy różnych wartościach siły wzdłużnej ilustruje rysunek 3. Prędkości krytycznej $v_{kr} = 0$ towarzyszy wyboczenie toru (szyn).



Rys. 3. Prędkości fal w belce (w torze) v w funkcji liczby falowej k :
(a) przypadek belki rozciąganej siłą T po lewej stronie i (b) belki ściskanej - po prawej stronie

Uzupełniając analizę zależności, dodamy, że prędkość propagacji fal v w belce na sprężystym podłożu zależy od długości fali λ wyrażonej liczbą falową k , których zależność jest opisana związkami

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

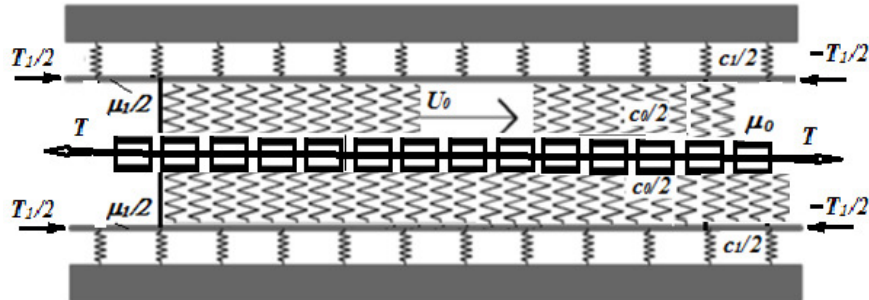
Minimalna prędkość fali nosi nazwę prędkości krytycznej.

3 Przypadek pojazdu szynowego modelowanego układem oscylatorów połączonych napięciem struną

Schemat układu w przypadku gęsto rozłożonych mas połączonych napięciem struną ilustruje rysunek 3, a równanie ruchu pojazdu przyjmie następującą postać:

$$T\mu_0 y_{,xx} + \mu_0 (y_{,tt} - 2U_0 y_{,xt} + U_0^2 y_{,xx}) + c_0(y - w) = 0. \quad (3)$$

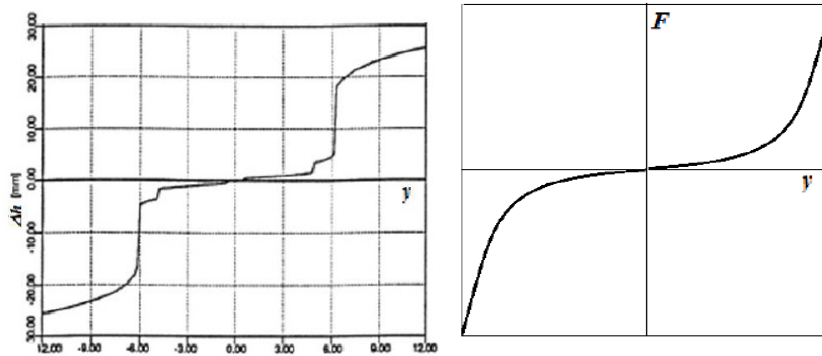
W tym przypadku przyjęto następujące oznaczenia: T oznacza napięcie struny, a μ_0 oznacza gęstość masy pojazdu szynowego.



Rys. 4. Schemat dwóch układów ciągłych (2 belki i napięta struna) modelujące oddziaływanie pociągu z torze

Przedstawione rozważania dotyczące układu liniowego pozwalają na wyciągnięcie jakościowych wniosków na temat stateczności oddziaływania pojazdu szynowego z torze. Planowane uzupełnienie badań analizą nieliniową z uwzględnieniem nieliniowości oddziaływania układu zestaw kołowy - tor oraz uwzględnienie nieliniowości zawieszenia pojazdu pozwoli na bardziej przybliżoną analizę dynamiki i stateczności oddziaływania pojazdu szynowego (długiego pociągu) z torze.

Przykłady nieliniowych zależności wzniosu koła i siły poprzecznej w funkcji pozycji zestawu kołowego w torze podane zostały na rysunkach 5a i 5b. Jak widać, zależność wzniosu od przesunięcia w torze y we względnie dużym zakresie można aproksymować funkcją liniową.



Rys. 5 Wznios koła Δh w zależności od przesunięcia klasycznego zestawu kołowego y : a) oraz siła poprzeczna w funkcji przemieszczenia pojazdu b), m.in. pojazdu na poduszce magnetycznej

4 Rozwiązanie zagadnienia dynamiki i stateczności ruchu

Równania ruchu spełniać będziemy rozwiązaniami o postaci fal bieżących o zadanej liczbie falowej k i prędkości fazowej v , które w przypadku zlinearyzowanego układu równań zapiszemy w następującej postaci:

$$w(x, t) = Ae^{ik(x-vt)}, \quad y(x, t) = Be^{ik(x-vt)}. \quad (4)$$

Po podstawieniu rozwiązań (4) do układu równań ruchu (1), (2) otrzymamy:

$$[E_1 I_1 k^4 + \mu_1 k^2 v^2 + c_1 + c_0]A - c_0 B = 0, \quad (5)$$

$$[E_0 I_0 k^4 + \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0]B - c_0 A = 0. \quad (6)$$

W przypadku podstawienia rozwiązań (4) do równania (3) otrzymamy zależność:

$$[T \mu_0 k^2 - \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0]B - c_0 A = 0, \quad (7)$$

zatem układ równań algebraicznych względem amplitud A i B po spełnieniu ich rozwiązaniami równań ruchu o postaci (4) przyjmie postać:

$$[E_1 I_1 k^4 - \mu_1 k^2 v^2 + c_1 + c_0]A - c_0 B = 0,$$

$$-c_0 A + [T \mu_0 k^2 - \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0]B = 0. \quad (7a)$$

Eliminując amplitudy fal A i B z układu równań (5), (6) (przyrównując do zera wyznacznik powyższego układu równań), otrzymamy równanie charakterystyczne, wiążące prędkość fazową fal v z prędkością ruchu U_0 postaci:

$$[E_1 I_1 k^4 - \mu_1 k^2 v^2 + c_1 + c_0][E_0 I_0 k^4 + \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0] - c_0^2 = 0 \quad (8)$$

Eliminując amplitudy fal A i B z układu równań (5), (7), otrzymamy:

$$[E_1 I_1 k^4 - \mu_1 k^2 v^2 + c_1 + c_0][T k^2 - \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0] - c_0^2 = 0 \quad (9)$$

podobnie eliminując amplitudy fal A i B z układu równań (5), (7a), otrzymamy:

$$[E_1 I_1 k^4 - T_1 k^2 - \mu_1 k^2 v^2 + c_1 + c_0][c_0 - \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0] - c_0^2 = 0. \quad (10)$$

Po $\rho\zeta\epsilon\kappa\sigma\zeta\tau\alpha\geq\chi\epsilon\nu\alpha\chi\eta$ równania (8) i wprowadzeniu oznaczeń otrzymamy:

$$[E_1 I_1 k^2 - \mu_1 v^2 + \frac{c_1}{k^2} + \frac{c_0}{k^2}][E_0 I_0 k^2 - \mu_0 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + \frac{c_0}{k^2}] - \frac{c_0^2}{k^4} = 0 \quad (8^*)$$

Oznaczając:

$$S_1^2 = \frac{E_1 I_1 k^2 + \frac{c_1}{k^2}}{\mu_1}, \quad S_0^2 = \frac{E_0 I_0 k^2 + \alpha_0}{\mu_0}, \quad \alpha_0 = \frac{c_0}{k^2},$$

$$v^2 - 2U_0 v + U_0^2 = (v - U_0)^2 = v_1^2, \quad S_1^2 = \frac{E_1 I_1 k^2 + \frac{c_1}{k^2} + \frac{c_0}{k^2}}{\mu_1},$$

otrzymamy:

$$\phi_I(v, U_0) = [\eta(S_1^2 - v^2) + \alpha][\mu_0(S_0^2 - v_1^2) + \alpha] - \alpha^2 = 0, \quad \alpha_0 = \frac{\alpha}{\mu_0}, \quad \eta = \frac{\mu}{\mu_0}. \quad (9^*)$$

Przyrównanie do zera wyznacznika układu równań (5), (7) oraz uwzględnienie związku

$$[T k^2 - \mu_0 k^2 (v^2 - 2U_0 v + U_0^2) + c_0] = \mu_0 \left(\frac{T}{\mu_0} - v_1^2 + \alpha_0^2 \right),$$

a także dodatkowo sił wzdłużnych w torze prowadzi do równania charakterystycznego o postaci:

$$\phi_{II}(v, U_0) = [\mu_1(S_2^2 - v^2) + \alpha_0][\mu_0(T_0^2 - v_1^2) + \alpha_0] - \alpha_0^2 = 0, \quad (10^*)$$

w którym $S_2^2 = \frac{E_1 I_1 k^2 - T_1 + \frac{c_0}{c_1} \alpha_0}{\mu_1}$, $S_2^2 = S_1^2 + \frac{T_1}{\mu_1}$, $T_0 = \frac{T}{\mu_0}$,

$$\phi_{II}(v, U_0) = [\eta_1(S_2^2 - v^2) + \alpha_1][(T_0^2 - v_1^2) + \alpha_1] - \alpha_1^2 = 0, \quad \alpha_1 = \frac{\alpha_0}{\mu_0}, \quad \eta_1 = \frac{\mu_1}{\mu_0}.$$

W przypadku modelowania pojazdu szynowego układem, który stanowi strumień swobodnych, gęsto rozłożonych oscylatorów, równanie charakterystyczne przyjmie postać:

$$\phi_{III}(v, U_0) = [\eta_1(S_2^2 - v^2) + \alpha_1](-\mu_0 v_1^2 + \alpha_1) - \alpha_1^2 = 0. \quad (11)$$

Ostatecznie po przekształceniach i przyjęciu uprzednio podanych oznaczeń otrzymamy:

$$\phi_I(v, U_0) = [\eta(S_1^2 - v^2) + \alpha][(S_0^2 - v_1^2) + \alpha] - \alpha^2 = 0, \quad (12)$$

$$\phi_{II}(v, U_0) = [\eta_1(S_2^2 - v^2) + \alpha_1][(T_0^2 - v_1^2) + \alpha_1] - \alpha_1^2 = 0, \quad (13)$$

$$\phi_{III}(v, U_0) = [\eta_1(S_2^2 - v^2) + \alpha_1](-\mu_0 v_1^2 + \alpha_1) - \alpha_1^2 = 0. \quad (14)$$

5 Analiza numeryczna zakresów stateczności

Analizę stateczności ruchu pojazdu szynowego przeprowadzimy na płaszczyźnie (U_0, v) prędkość ruchu pojazdu szynowego – prędkość fazowa fal w torze. Na płaszczyźnie tej możemy łatwo określić prędkości krytyczne, pomiędzy którymi występuje zakres niestateczności ruchu pojazdu. Z otrzymanych równań charakterystycznych, które są czwartego stopnia, i postaci rozwiązań (4) wynika, że jeżeli przy zadanej prędkości U_0 występują cztery rzeczywiste pierwiastki v , to ruch jest stateczny. W przypadku ruchu niestatecznego występują tylko dwa pierwiastki rzeczywiste, a pozostałe dwa są zespolone parami sprzężone, tj. przyjmują postać:

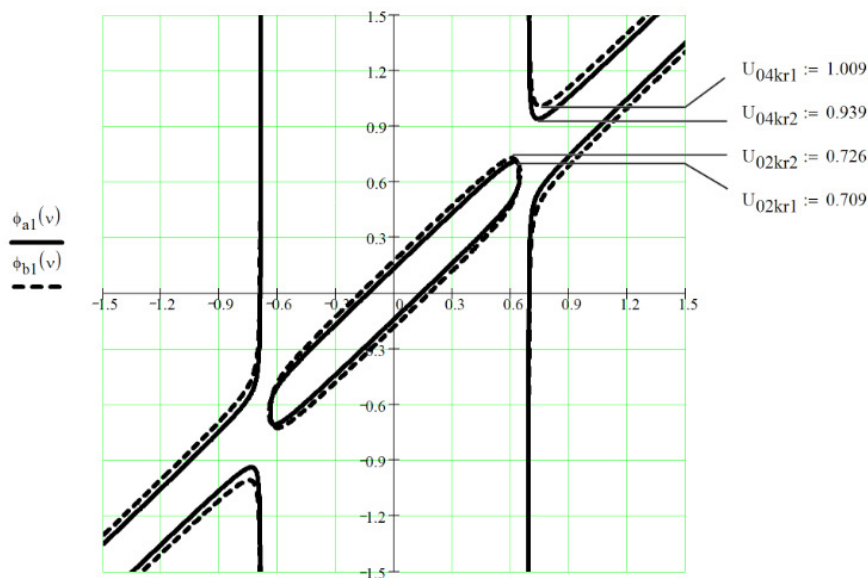
$$(v_1 = v^* + i\varepsilon; v_2 = v^* - i\varepsilon), \quad (15)$$

z których jeden spełnia warunek niestateczności, opisując falę o amplitudzie eksponencjalnie narastającej w czasie.

Na przykład na wykresach podanych na rysunkach 6 i 7 możemy zauważyć, że zakres niestateczności ruchu występuje pomiędzy wartościami prędkości jazdy (ruchu) U_{krl} i U_{kr2} . Typowy obraz płaszczyzny (prędkość jazdy, prędkość fal), (U_0, v) , charakteryzujący oddziaływanie układów ciągłych w ruchu względnym w przypadku destabilizacji spowodowanej wzajemnym oddziaływaniem układów ciągłych w zależności od relacji pomiędzy gęstościami masy toru i pojazdu $\eta = \mu_l/\mu_0$, został przedstawiony na rysunku 6. Przyjęto, że S_l charakteryzuje sztywność toru v – prędkość fal w torze, v_l – różnicę prędkości fal i prędkości ruchu pojazdu $(v - U_0)$, S_0 charakteryzuje poprzeczną sztywność pojazdu i jego zawieszenia, a β – względną sztywność poprzeczną zawieszenia.

*Dynamika poprzeczna i stateczność układu modelującego
oddziaływanie długiego pojazdu szynowego z torem*

$$T_1 = -472.5145 \quad S_1 = 0.631 \quad \beta = 0.08 \quad S_0 = 0.075 \quad \eta := 0.2 \quad \eta := 0.4$$



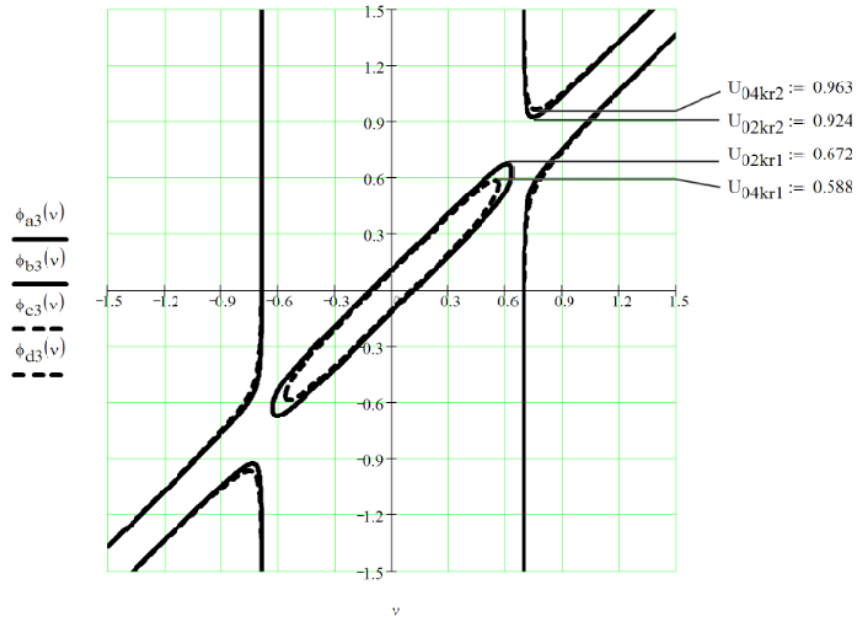
Rys. 6. Obraz płaszczyzny prędkość ruchu - prędkość fazowa fal (U_0, v) w przypadku dużych sił ściskających szyny, pojazd o sztywności S_0 i dwóch wartościach η

Udział sił wzdłużnych w szynach T_1 w sztywności toru charakteryzuje parametr S_2^2 wyrażony jazdu $\mu_1/\mu_0 = \eta$ – zwiększony dwukrotnie zwiększa pierwszą prędkość krytyczną o około 24%, a drugą wzorem $S_2^2 = S_1^2 + T_1/\mu_1$, jego odpowiednikiem w pojeździe jest struna napinająca oscylatory $T_0 = (T/\mu_0)$. Przypadek następny dotyczy ściskającego naprężenia w szynach i braku napięcia w pojeździe $T_0 = (T/\mu_0) = 0$.

Jak widać z przedstawionych wykresów na rysunku 7, w przypadku bardzo dużej siły wzdłużnej, bliskiej spowodowania wyboczenia toru, pojazdu o poprzecznej sztywności $S_0 = 0$, iloraz gęstości masy toru i po- prędkość krytyczną o około 11%.

W przypadku wykresów o identycznej wartości siły wzdłużnej i braku sztywności poprzecznej pojazdu $S_0 = 0$ zwiększenie dwukrotnie ilorazu gęstości masy toru do gęstości pojazdu $\mu_1/\mu_0 = \eta$, zwiększa pierwszą prędkość krytyczną o około 14% a drugą prędkość krytyczną podobnie jak w poprzednim przypadku o około 10,5%.

$$T_1 = -472.5145 \quad S_1 = 0.631 \quad \beta = 0.08 \quad \eta := 0.2 \quad \eta := 0.4$$



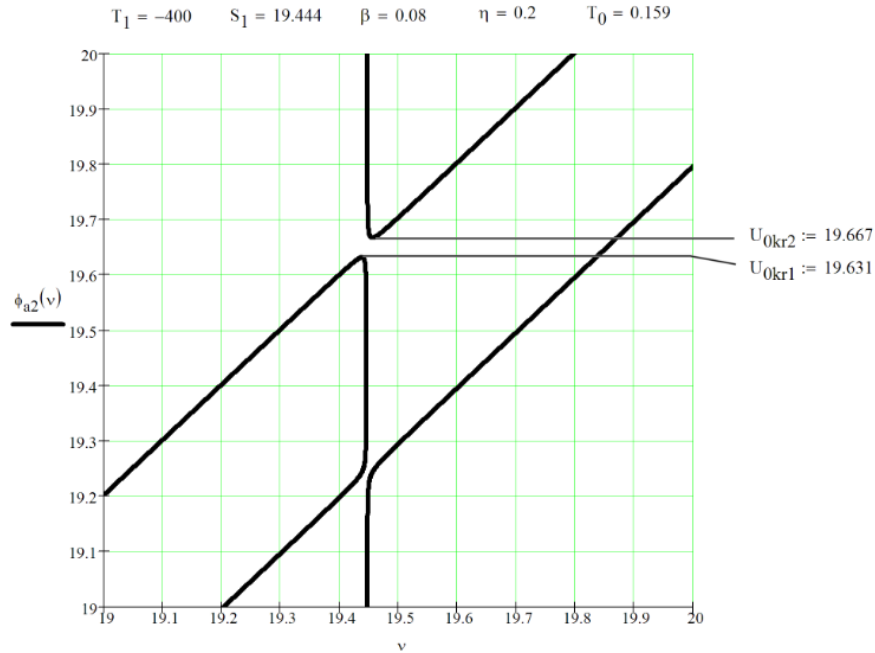
Rys. 7. Przykładowy obraz płaszczyzny: prędkość ruchu, prędkość fazowa fal (U_0, v) w przypadku uprzednio przyjętych wartości parametrów oraz sztywności $S_0=0$

W przypadku braku sztywności pojazdu szynowego $S_0=0$ i uprzednio przyjętych wartości pozostałych parametrów obraz płaszczyzny (U_0, v) przyjmie kształt podany na rysunku 7. W przypadku zmniejszania wartości ściskającej siły wzdłużnej o około 15% prędkości krytyczne istotnie wzrastają. Widzimy, że wartość prędkości krytycznej jest dwudziestokrotnie wyższa, a zakres niestateczności mniejszy aniżeli w uprzednio rozważanym przypadku.

Zakres niestateczności zależy głównie od parametrów sztywności toru $E_1 I_1$, sztywności podłoża c_1 , sztywności poprzecznej pojazdu, sztywności poprzecznej jego zawieszenia c_0 oraz od gęstości masy toru i pojazdu μ_1 i μ_0 (m).

W przypadku, gdy przyjmiemy model pojazdu przedstawiony na rysunku 2, w którym założymy brak sztywności poprzecznej pojazdu, tj. $E_0 I_0 = 0$, natomiast uwzględnimy siłę naciągu T , kształt płaszczyzny prędkości fazowej fal w funkcji prędkości ruchu pojazdu może przyjąć kształt podobny jak w przypadku pojazdu wykazującego sztywność poprzeczną, przypadek podany na (rys. 6).

Widzimy, że w tym przypadku, tj. sił ściskających szyny, występuje istotnie mniejsza prędkość krytyczna U_{0kr1} przy nieznacznie zmieniającej się wartości krytycznej końca zakresu niestateczności U_{0kr2} . Potwierdza się również, intuicyjnie, oczywisty wniosek, że zmniejszenie sztywności poprzecznej pojazdu powoduje istotne zmniejszenie wartości prędkości krytycznej. Zwiększenie zakresu niestateczności ruchu pojazdu szynowego nie jest już intuicyjnie oczywiste.

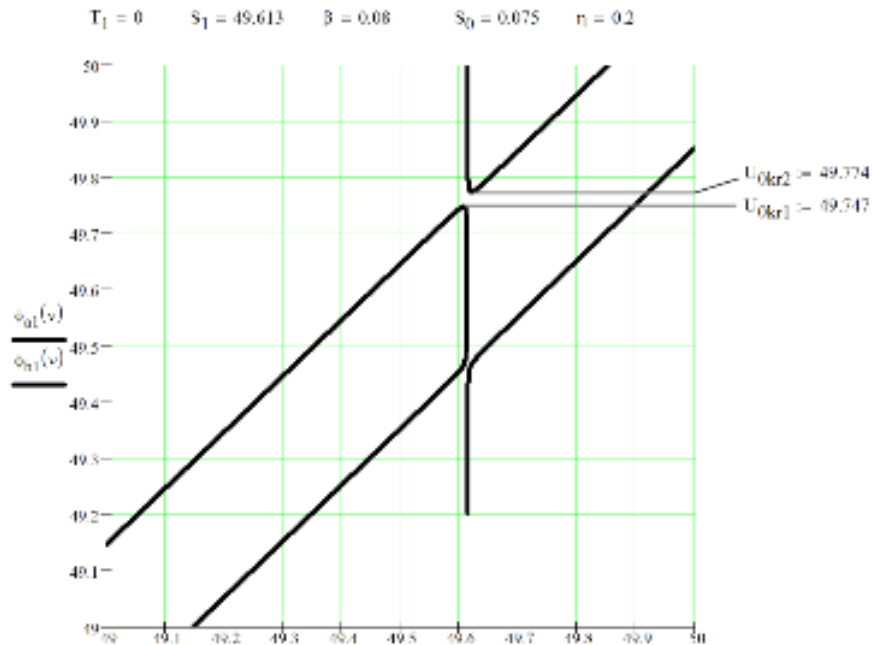


Rys. 8. Obraz płaszczyzny (U_0, v) w przypadku o ok. 20% mniejszej siły ściskającej tor (szyny T_1) i napięcia pojazdu siłą T_0

Analiza numeryczna przypadku, gdzie tor jest ściskany lub rozciągany, która ma na celu ocenę wpływu siły wzdłużnej w torze (w szynach) na stateczność oddziaływania pojazdu z torem potwierdziła oczekiwania. Dalszą analizę ograniczymy do przypadku, w którym pojazd jest modelowany tylko układem gęsto rozłożonych oscylatorów, tj. przypadkiem, gdy $E_0 I_0 = 0$, badając napięcia pojazdu $T > 0$.

6 Zakończenie i wnioski

W opracowaniu przedstawiono analizę oddziaływania długiego pociągu z torem i stateczności jego względnego ruchu, które w sposób przybliżony może opisywać wężykowanie dynamiczne. Podejście takie stanowi alternatywne modelowanie zjawiska wężykowania pojazdu szynowego. Bardziej adekwatne wyniki otrzymuje się, uwzględniając nieliniowość oddziaływania pojazdu z torem (uwzględnienie stożkowatości kół i oddziaływania obrzeża). Nieliniowość oddziaływania jest przedmiotem badań, których wyniki będą podane w następnym etapie.



Rys. 9. Przykładowy obraz fragmentu płaszczyzny (U_0, v) przy $T_1 = 0$ i wybranych wartościach pozostałych parametrów

W podejściu liniowym wskazano na parametry charakteryzujące prędkości krytyczne jako granice zakresu niestateczności względnego ruchu układu pojazd-tor, a celem następnej publikacji będzie wynik analizy z uwzględnieniem tłumienia i wyznaczenie cykli granicznych układu.

Literatura

1. Klingel W.: Über den Lauf der Eisenbahnwagen auf gerader Bahn. *Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens* (1883) 38, 113-123
2. True H.: A method to investigate the nonlinear oscillations of a railway vehicle. *Applied Mechanics Rail Transportation Symposium – 1988*, presented at the Winter Annual Meeting of ASME
3. Knothe Kl.: History of wheel/rail contact mechanics: from Redtenbacher to Kalker. *Vehicle System Dynamics*, 46 (1-2): 9-26
4. Frischmuth K., Bogacz R.: On “loosing grip” in rail-wheel contact. *Workshop PTSK*, Krynica Maj, 2017.
5. Bogacz R., Ryczek B.: Nonlinear vibration of mechanical systems – friction induced vibration, *Attractors, Signals, and Synergetics*, W. Klonowski (ed.), Pabst Science Publishers, 2002,1, s.477-496
6. Bogacz R., Konop J.: On Dynamical Effects in High-Speed Train System. *Transport Bridge Europe-Asia*, Tbilisi, Georgia, 2014, pp. 75-80

7. Matej J., Seńko J.: Bezpieczeństwo jazdy dwuosioowego wagonu towarowego po zwichrowanym torze krzywoliniowym. *Pojazdy szynowe* nr 4. Instytut Pojazdów Szynowych TABOR 2012
8. Seńko J.: Symulacyjne badania zderzaków z dodatkowym segmentem rozpraszającym energię, przeznaczonych do stosowania w wagonach towarowych, w: *Zeszyty Naukowe Instytutu Pojazdów*, Instytut Pojazdów Politechniki Warszawskiej, vol. z.1/64, nr z.61, 2007, ss. 111-116
9. Grzyb A., Bogacz R.: *Wspomagana komputerowo analiza dynamiczna pojazdów szynowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Krakowskiej, 2015, s. 239

Summary

The aim of the paper is connected with dynamic analysis and the stability of mechanical system composed of elastic track (two Bernoulli–Euler beams on an elastic foundation) and of rail vehicles. Es first approximation we neglect the damping and the effect of nonlinearity. It is assumed that the train is moving with a constant speed U_0 . The rail vehicle dependend on stiffness is modeled by a beam or a system of densilt distributed oscilators connected by a string. The particular case of the rail vehicle is described by the beam with the stiffness approaching to zero. In the reality the rail vehicle dynamics is described by a vertical-lateral system, but regarding safety the lateateral stability seems to be more important as the vertical case.

Keywords: stability of motion, vehicle dynamics, critical speed

Lateral dynamics and stability of the system modeling the interaction of a long rail vehicle with the track

Streszczenie

Celem pracy jest analiza dynamiki i stateczności układu mechanicznego złożonego z podatnego toru modelowanego dwoma podukładami ciągłymi oraz pojazdu szynowego. Tor jest modelowany dwiema belkami Bernoulliego–Eulera na sprężystym podłożu o zadanej sprężystości c_l . W pierwszym przybliżeniu przyjęto brak tłumienia i założenie o liniowości oddziaływania poruszającego się ze stałą prędkością U_0 pojazdu szynowego względem toru. Pojazd szynowy w zależności od sztywności modelowany jest belką lub układem gęsto rozłożonych oscylatorów połączonych napiętą struną. Przypadek szczególny stanowi pojazd modelowany belką o sztywności giętnej dążącej do zera.

W rzeczywistości układ mechaniczny opisujący dynamikę oddziaływania pojazdu szynowego z torem stanowi złożony układ przestrzenny. Badania zwykle ograniczane są do płaszczyzny pionowej. Pod względem bezpieczeństwa badania dynamiki poprzecznej układu wydają się bardziej istotne aniżeli badania w płaszczyźnie pionowej. Zakładamy, że się one istotnie uzupełniają.

Słowa kluczowe: stateczność ruchu, dynamika pojazdu, prędkość krytyczna

